

Fiche d'exercices

Exercice 1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x - 11$.

1. Calculer le taux de variation de la fonction f entre 0 et 4.
2. Calculer le taux de variation de la fonction f entre -3 et 0.

Exercice 2

1. Calculer le taux de variation de la fonction cube entre 1 et 3.
2. Calculer le taux de variation de la fonction inverse entre 0.1 et 1.

Exercice 3

Calculer le taux de variation des fonctions suivantes entre a et b .

- | | | | |
|---|---|---|---|
| 1. $f : x \mapsto 13.4x + 22.1$
$a = 6.23$ et $b = 11.2$ | 2. $h(x) = \frac{x-5}{x-1}$
$a = 4$ et $b = 6$ | 3. $l(x) = \sqrt{3x+1}$
$a = 5$ et $b = 8$ | 4. $r : x \mapsto x-3 $
$a = -1$ et $b = 9$ |
| 5. $g : x \mapsto 2x^3 - 4x^2 + 1$
$a = 2$ et $b = 3$ | 6. $k(x) = \frac{3}{x^2+1}$
$a = -7$ et $b = -3$ | 7. $k(x) = \sqrt{2x^2-1}$
$a = -5$ et $b = -1$ | 8. $m(x) = x + 2$
$a = 0$ et $b = 6$ |

Exercice 4

On considère la fonction s définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^2 - x + 7$.

1. Soit h un réel non nul. Donner l'expression du taux de variation de f entre 1 et $1+h$.
2. Que devient ce taux lorsque h tend vers 0?
3. En déduire la valeur de $f'(1)$.

Exercice 5

Pour chacune des fonctions suivantes, calculer le nombre dérivé des fonctions en a .

- | | | |
|---|---------------------------------------|--|
| 1. $f(x) = 3.7x - 5$ en $a = 5$ | 2. $g(x) = 3x^2 + 7x - 1$ en $a = -1$ | 3. $z : x \mapsto \frac{2}{2x+5}$ en $a = 0$ |
| 4. $h : x \mapsto -x^2 + 6$ en $a = 10$ | 5. $t(x) = (x-3)(x+1)$ en $a = 3$ | 6. $j : x \mapsto 2(x+1)^2 + 2$ en $a = 1$ |

Exercice 6

Un véhicule roule en ligne droite. La distance $d(t)$ (exprimée en mètre) parcourue par le véhicule en fonction du temps est donnée par la formule $d(t) = 2t^2 + t$ où t est exprimé en seconde.

1. Quelle distance le véhicule a-t-il parcourue à l'instant $t = 10$?
2. Pour $h \neq 0$, calculer la vitesse moyenne du véhicule entre les instants 10 et $10+h$.
3. En utilisant le dernier calcul, déterminer la vitesse instantanée du véhicule à l'instant $t = 10$.
4. Reprendre ces questions pour l'instant $t = 5$.

Exercice 7

Pour chacune des fonctions suivantes, calculer le nombre dérivé des fonctions en a .

- | | | |
|--|--|--|
| $f(x) = 150x^2 - 25x + 520$ en $a = 0.2$ | $g(x) = \frac{x}{x-3}$ en $a = -1$ | $h(x) = x^3 + x + 1$ en $a = 0$ |
| $k : x \mapsto x^2 - 5$ en $a = 4$ | $p : x \mapsto \frac{2}{x}$ en $a = 1$ | $l : x \mapsto 3(x-5)(x+2)$ en $a = 7.5$ |

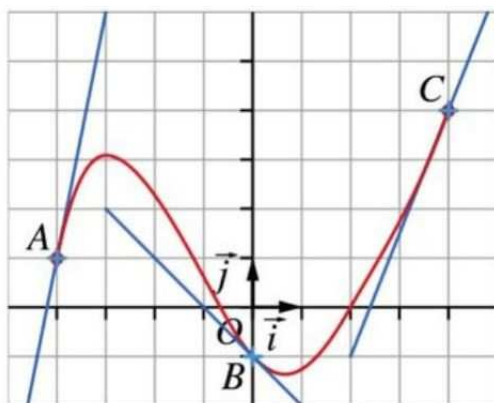
Exercice 8

Le faucon pèlerin est un rapace dont la technique de chasse consiste à attaquer par l'arrière et en piqué des oiseaux en plein vol. Il peut se laisser tomber presque à la verticale d'une hauteur de 500 m sur sa proie. La fonction suivante donne de façon simplifiée la distance parcourue par un faucon lors du piqué sur un pigeon, en fonction du temps, en seconde, à partir du moment où il commence sa descente : $f(t) = 5t^2 + 25t$. On rappelle que la vitesse instantanée à un instant t se modélise par le nombre dérivé $f'(t)$.

1. Déterminer la vitesse initiale du faucon.
2. L'attaque a duré 8 secondes.
 - (a) Quelle a été la distance parcourue pendant le piqué?
 - (b) Quelle est la vitesse moyenne du faucon lors du piqué?
 - (c) A quelle vitesse le faucon a-t-il percuté le pigeon?

Exercice 9

La courbe de la fonction g définie sur $[-4; 4]$ ainsi que trois de ses tangentes sont représentées ci-dessous.



1. Lire la valeur des nombres $g(-4)$, $g(0)$ et $g(4)$.
2. Lire la valeur des nombres $g'(-4)$, $g'(0)$ et $g'(4)$.

Exercice 10

1. On considère une fonction f sur $[-4; 6]$.

En utilisant les données du tableau ci-dessous, tracer une allure possible pour la courbe représentative de f .

x	-4	-1	1	3.5	6
$f(x)$	0	2	0	-2	-1
$f'(x)$	1	0	-2	0	1

2. On considère une fonction g sur $[0; 10]$.

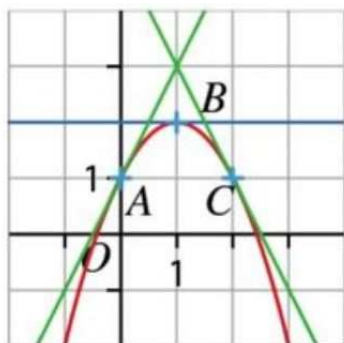
En utilisant les données du tableau ci-dessous, tracer une allure possible pour la courbe représentative de g .

x	0	1	3	5.5	10
$g(x)$	2	3.5	4.5	3	4
$g'(x)$	2	1	0	-1	3

3. Tracer une courbe $\mathcal{C}$ représentant une fonction h définie sur $[-3; 3]$ ayant les propriétés suivantes :

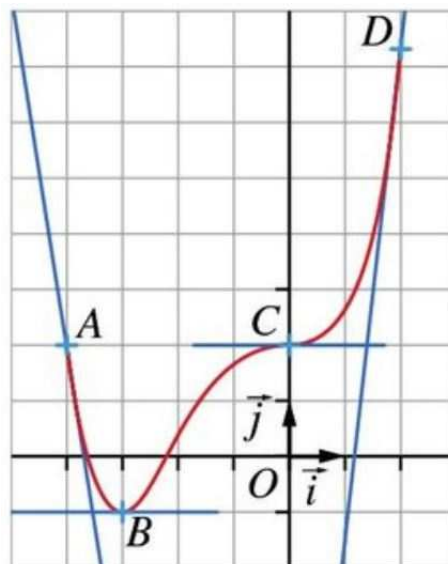
- $h(1) = 0$, $h(-3) = 0$ et $h(3) = 3$;
- h est croissante sur l'intervalle $[-3; 3]$;
- h admet en 0 un maximum égal à 4;
- $h'(3) = 0$, $h'(-3) = 2$ et $h'(1) = 0.5$.

Exercice 11



La courbe d'une fonction f et trois de ses tangentes ont été tracées aux points A, B et C d'abscisses respectives 0, 1 et 2.

Lire les nombres dérivés de f en 0, en 1 et en 2.



La courbe d'une fonction g et quatre de ses tangentes ont été tracées aux points A, B, C et D.

Déterminer graphiquement les nombres dérivés qui se déduisent des tangentes tracées sur le graphique.

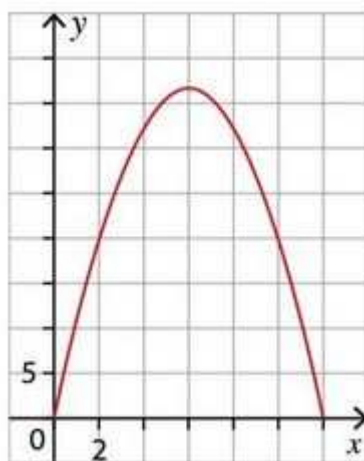
Exercice 12

On prélève un échantillon de peau infecté par une bactérie pour en faire une culture dans le but de tester l'efficacité d'un antibiotique. A l'instant $t = 0$, quand il y a environ 100 000 bactéries dans la culture, on y injecte l'antibiotique.

On évalue ensuite le nombre de bactéries toutes les heures.

On note $f(t)$ (en millier) le nombre de bactéries supplémentaires à l'instant t , où t est donné en heure.

On donne ci-dessous la courbe représentative de f .



1. A l'aide du graphique, donner une estimation du nombre total de bactéries aux instants $t = 2$, $t = 6$ et $t = 12$.
2. A l'aide du graphique et d'une règle, donner une estimation du taux de croissance horaire de cette population de bactéries aux instants $t = 0$, $t = 2$, $t = 4$, $t = 6$ et $t = 10$.
3. Le nombre de bactéries augmente plus vite à $t = 2$ qu'à $t = 4$.
Peut-on préciser à peu près combien de fois plus vite? Justifier.

Exercice 13

1. La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$. On admet que $f'(2) = 10$.
 - (a) Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 2.
 - (b) Le point $S(5;37)$ appartient-il à cette droite?

2. La fonction g est définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$. On admet que $f'(-1) = 1.5$.
- Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de g au point A d'abscisse -1 .
 - Le point $K(1;2)$ appartient-il à cette droite?
3. La fonction d est définie sur $[-8; +\infty[$ par $d(x) = \sqrt{x+8}$. On admet que $f'(1) = \frac{1}{6}$.
- Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de d au point B d'abscisse 1.
 - Le point $R(4;4)$ appartient-il à cette droite?

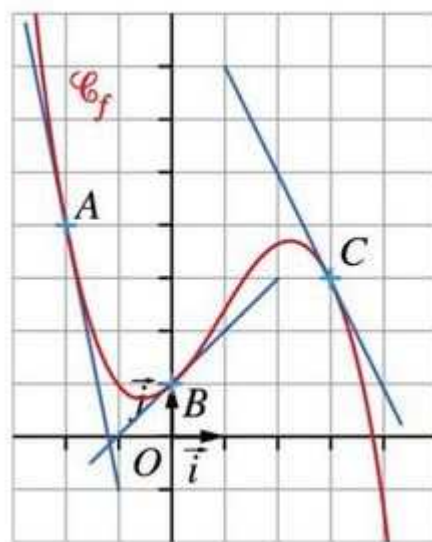
Exercice 14

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$.

- Vérifier que sa courbe représentative admet pour tangente au point d'abscisse 5 la droite $\mathcal{T}$ qui a pour équation réduite $y = 17x - 45$.
- La droite $\mathcal{T}$ passe-t-elle par le point S de coordonnées $(2; -11)$.

Exercice 15

On considère la fonction f dont on donne la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ ci-dessous, ainsi que ses tangentes aux points de $\mathcal{C}_f$ d'abscisses $-2, 0$ et 3 .



- Donner par lecture graphique les valeurs de $f(-2)$, $f'(2)$, $f(0)$, $f'(0)$, $f(3)$ et $f'(3)$.
- A l'aide des valeurs obtenues, donner l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse -2 .
- Même question au point B d'abscisse 0 et au point C d'abscisse 3.
- Déterminer le point d'intersection des tangentes à $\mathcal{C}_f$ aux points A et B.

Exercice 16

On définit pour tout réel x les fonctions f et g par $f(x) = x^2 - x - 1$ et $g(x) = 3 - x$. Dans un repère orthonormé, $\mathcal{C}$ désigne la courbe de f et $\mathcal{D}$ celle de g .

- Résoudre par le calcul $f(x) = g(x)$. On note x_0 la solution positive.
- On note $\mathcal{T}$ la tangente à $\mathcal{C}$ au point P d'abscisse x_0 . Déterminer son équation.
- Bonus : Tracer $\mathcal{C}$, $\mathcal{D}$ et $\mathcal{T}$.

Exercice 17

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$

1. Déterminer la valeur de $f'(1)$.
2. Vérifier que la tangente $\mathcal{T}$ à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 1 a pour équation réduite $y = x - 1$.
3. En déduire une valeur approchée de $f(0.99)$.
4. Calculer $f(0.99)$ à l'aide de la calculatrice et comparer cette valeur avec la réponse à la question 3.

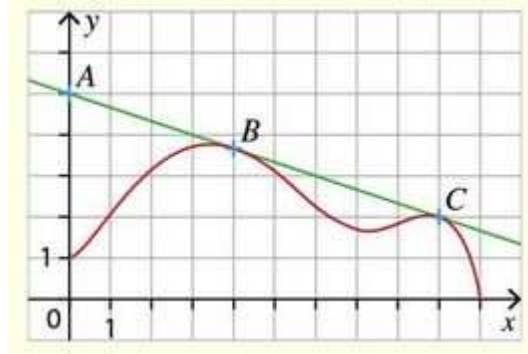
Exercice 18

On considère une fonction f définie et dérivable sur $[0; 10]$.

Sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$ est donnée en rouge dans le graphique ci-dessous. $f(0) = 1$ et $f(10) = 0$.

La droite verte passant par le point $A(0; 5)$ est tangente à $\mathcal{C}_f$ aux points B et C de la courbe.

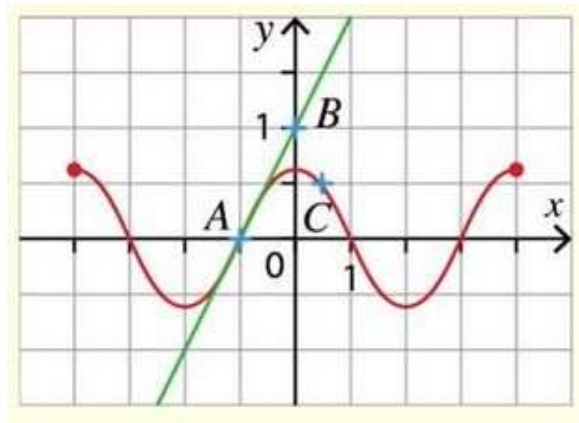
On sait que B a pour abscisse 4 et que C a pour coordonnées $(9; 2)$. Les réponses devront être clairement justifiées.



1. Calculer le taux de variation de f entre 0 et 10.
2. Déterminer $f'(4)$ et $f'(9)$.
3. Calculer $f(4)$
4. Donner une valeur approchée de $f'(1)$.
5. Résoudre graphiquement, avec la précision permise par le graphique, l'équation $f'(x) = 0$.
6. Résoudre graphiquement, avec la précision permise l'inéquation $f'(x) \geq 0$.
7. Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle le nombre dérivé est maximal.
8. Déterminer graphiquement une valeur telle que $f(x) \approx f'(x)$.

Exercice 19

On considère une fonction f définie et dérivable sur $[-4; 4]$ dont on donne la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ ci-dessous. On note $A(-1; 0)$ et $B(0; 1)$. La droite (AB) est la tangente à $\mathcal{C}_f$ passe par le point $C(0.4; 0.5)$.

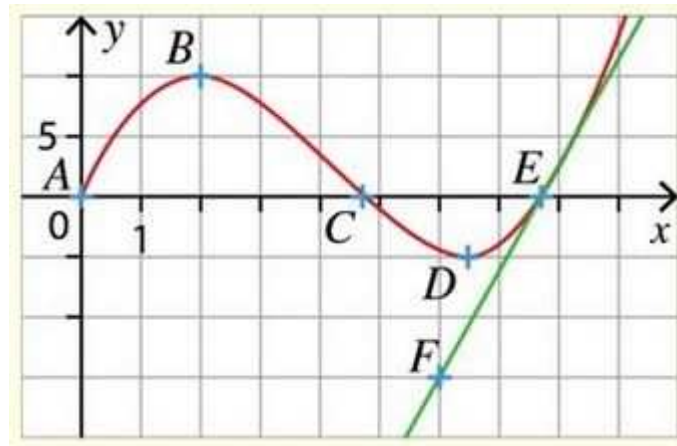


1. Déterminer le taux de variation de f entre -1 et 0.5 .
2. Donner par lecture graphique les valeurs de $f(-1)$, $f'(-1)$, $f'(0)$, $f(1)$ et $f'(1)$.
3. En se servant des valeurs obtenues, donner l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A .
4. Existe-t-il une droite qui semble tangente à $\mathcal{C}_f$ en trois points distincts? Justifier.
5. La fonction f est-elle pair, impair ou ni l'un ni l'autre.

Exercice 20

On considère une fonction f définie et dérivable sur $[0;8]$. On donne ci-contre sa courbe passe par les points : $A(0;0)$, $B(2;10)$, $C(4.75;0)$, $D(6.5;-5)$ et $E(7.75;0)$.

La droite (FE) où F est le point de coordonnées $(6; -15)$ est la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point E .



1. Dresser le tableau de variation de f .
2. Dresser le tableau de signes de f .
3. Dresser le tableau de signes de f' .
4. Déterminer $f'(7.75)$.
5. Estimer graphiquement une valeur approchée à l'unité de $f'(0)$. Justifier la réponse.

Exercice 21

1. Montrer que pour tout réel a , la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -5x + 2$ est dérivable en a .
2. Montrer que pour tout réel a , la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 3x^2$ est dérivable en a .

Exercice 22

1. Démontrer que, si la fonction s définie sur $\mathbb{R}$ par $s(x) = x^2 + 3x - 2$ alors pour tout réel a , s est dérivable et $s'(a) = 2a + 3$.
2. Démontrer que, si la fonction s définie sur $\mathbb{R}$ par $r(x) = x^2 + 3x + 6$ alors pour tout réel a , r est dérivable et $r'(a) = 2a + 3$.
3. Peut-on déterminer d'autres fonctions admettant pour tout réel a , un nombre dérivé égal à $2a + 3$?